

**Tarea 2 de Cálculo Numérico
 MAT-221N**

1. La siguiente tabla contiene los datos tiempo y distancia recorrida por un cohete.

t	0	1	2	3	4	5
y	0	2	8	18	32	50

Use diferenciación numérica para estimar la velocidad del cohete y la aceleración para cada tiempo.

2. La integración proporciona un medio para calcular cuánta masa entra o sale de un reactor en un periodo específico, como

$$M = \int_{t_1}^{t_2} Qcdt,$$

donde t_1 y t_2 es el tiempo inicial y final, respectivamente. Esta fórmula tiene sentido intuitivo si usted recuerda la analogía entre integración y sumatoria. Así, la integral representa la sumatoria del producto del flujo, Q , por la concentración, c , para dar la masa total, entrando o saliendo desde t_1 y t_2 . Si la razón del flujo es constante, M puede ser obtenida de la integral:

$$M = Q \int_{t_1}^{t_2} cdt$$

Si $Q = 4\text{m}^3/\text{min}$, use integración numérica, con el fin de evaluar esta ecuación, para los datos de la siguiente tabla:

t (m)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
c (mg/m ³)	10	22	35	47	55	58	52	40	37	37	32

3. Suponga que un aeroplano parte del punto $(a, 0)$, localizado al este de su destino proyectado, que es el aeropuerto y que se encuentra ubicado en el origen $(0, 0)$. El aeroplano viaja con velocidad constante v_0 , relativa al viento que viaja hacia el norte con velocidad constante w . Suponiendo que el aeroplano mantiene su rumbo directamente hacia el aeropuerto, se tiene que su trayectoria satisface la ecuación

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{v_0x} (v_0y - w\sqrt{x^2 + y^2}),$$

cuya solución real es

$$y(x) = \frac{a}{2} \left[\left(\frac{x}{a} \right)^{1-k} - \left(\frac{x}{a} \right)^{1+k} \right]$$

Si $a = 200$ min, $v_0 = 500$ min/h, $w = 100$ min/h y $k = w/v_0 = \frac{1}{5}$

- (a) Use el método de Euler con $h = 20$ para aproximar la solución y compárela con los valores reales de $y(x)$, donde $y(0) = 0$, $0 \leq x \leq 100$.
- (b) Calcule el valor de h necesario para que $|y(x_i) - w_i| \leq 0.2$.